Corso di laurea in Matematica - Anno Accademico 2013/2014

AM110 - Analisi Matematica 1- Tutorato III

DOCENTE: PROF. PIERPAOLO ESPOSITO

TUTORI: A. MAZZOCCOLI, M. NANNI

ESERCIZIO 1. Verificare, usando la definizione, le seguenti.

$$\circ \lim_{n\to+\infty} n+\frac{1}{n}=+\infty \qquad \circ \nexists \lim_{n\to+\infty}(-1)^n \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\frac{n^2+4}{2n^2+3}=1/2$$

$$\circ \lim_{n\to+\infty}(2^n-n)=+\infty \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\frac{1}{3^{3n-1}}=0 \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}(3\sqrt{n}-4n)=-\infty$$

ESERCIZIO 2. Calcolare i seguenti limiti di successioni, tenendo a mente le proprietà viste a lezione.

$$\circ \lim_{n\to+\infty}\frac{1+2\cdot 10^n}{5+3\cdot 10^n} \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\frac{|sen(n)|}{n} \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\frac{n^2+nsen(n)}{1+n^2+n} \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\frac{log(3^n+cos(3^n))}{n}$$

$$\circ \lim_{n\to+\infty}\frac{7^n(1-n)}{1+n^2} \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\frac{n2^n}{3^n} \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}[1+(-1)^n] \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\frac{n!}{\sqrt{n^n}}$$

ESERCIZIO 3. Calcolare i seguenti limiti notevoli di successioni.

$$\circ \lim_{n\to+\infty}(\sqrt{n+5}-\sqrt{n-1}) \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}n(\sqrt[3]{n+2}-\sqrt[3]{n}) \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\sqrt[n]{(1-cos(n))3^n+7^n}$$

$$\circ \lim_{n\to+\infty}\frac{n^4sen(1/n)}{n^3+n^2-n+1} \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}n(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}) \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\frac{n^2sen(1/n)}{log(n!)} \qquad \circ \lim_{n\to+\infty}\sqrt[n]{\frac{3n+2}{n^2}}$$

ESERCIZIO 4. Siano a_n e b_n due successioni tali che:

- $a_n > 0$; $\lim_{n\to+\infty} a_n = 1$
- $|b_n| < 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

Si dica quali delle seguenti proprietà discendono da esse, quali no e si dimostri perché.

$$\circ \exists \nu : 2a_n - b_n > 0 \quad \forall n > \nu \qquad \circ \exists \lim_{n\to+\infty}(a_n+b_n)$$

$$\circ \exists \lim_{n\to+\infty}\frac{na_n+b_n}{n+1} \qquad \circ \exists \nu : a_n + b_n > 0 \quad \forall n > \nu$$

ESERCIZIO 5. Si descriva la frontiera dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}$:

$$\circ(0,1) \qquad \circ\,\mathbb{Q} \qquad \circ\,[5,+\infty) \qquad \circ\left\{x\in\mathbb{R} : x^2 \leqslant 2\right\}$$

$$\circ\{(-1)^n : n\in\mathbb{N}\} \qquad \circ\,(0,1)\cup(\mathbb{Q}\cap(1,2)) \qquad \circ\left\{\frac{1}{n} : n\in\mathbb{N}^*\right\}$$